Der Weg zur Hypothese: Abduktion an einem Beispiel aus der Forschung über computerbasierten Mathematikunterricht

Helga Jungwirth

1. Computer im Mathematikunterricht

Ein wesentlicher Aspekt in der Diskussion über den schulischen Mathematikunterricht – sei es nun auf allgemeinerer, bildungspolitischer Ebene oder in der Auseinandersetzung von Mathematiklehrkräften mit ihrem Wirkungsbereich – ist die Nutzung des Computers. Auf der einen Seite werden an die offline- und zunehmend auch online-Verwendung dieses Mediums vielfältige Hoffnungen geknüpft auf ein „besseres“, sprich: besonders verständnisorientiertes, mit neuen Rollen von Lehrkraft (Moderatorin von Lernprozessen) und SchülerInnen (OrganisatorInnen ihres eigenen Lernens und TutorInnen für die Mitschülerinnen) einhergehendes Lernen. Auf der anderen Seite wird in der Diskussion, insbesondere von den PraktikerInnen, aber auch auf die Komplexität des Unterrichtsgeschehens und seine zunehmend schwierigen Rahmenbedingungen verwiesen, womit der Computer bloß zu einem der Elemente in einem Gesamtgefüge wird, das allein den großen Effekt nicht erwarten lässt. Entsprechend intensiv ist auch die Debatte in der wissenschaftlichen Disziplin, die sich mit dem Lehren und Lernen von Mathematik befasst, in der Mathematikdidaktik. Der Computereinsatz im Mathematikunterricht ist Gegenstand zahlreicher Reflexionen und empirischer Forschungen. Das Was und Wie der Veränderung der „Erfahrung“ namens Mathematikunterricht ist der zentrale Punkt, um den die Arbeit kreist. Von unterschiedlichen Positionen aus und mit entsprechend divergierenden begrifflich-theoretischen Mitteln wird ein weites Spektrum von Themen behandelt (u.a. Hoyles & Noss, 2003, Lagrange, Artigue, Laborde & Trouche, 2003, Ruthven & Hennessy, 2002): der Aufbau der verschiedenen Softwares und ihre didaktischen Potentiale, die Repräsentationen der mathematischen Objekte dort und die Vorstellungen, die die Lernenden damit von ihnen entwickeln, die Prozesse der Handhabung des Computers und ihre Interferenz mit dem mathematischen Tun, die Sichtweisen der Mathematiklehrkräfte vom Computer und seiner sinnvollen Nutzung, die institutionelle Seite mit ihren Curricula und den eingeschliffenen Praktiken der Gestaltung von Unterricht (in Mathematik) - diese Stichwote mögen zur Illustration der Bandbreite an dieser Stelle genügen.

2. Forschungsarbeit über die (sprachliche) Handhabung der Gegenstände

Von einem interaktionstheoretischen Standpunkt aus, der Mathematikunterricht stets unter dem Aspekt der Hervorbringung einer Realität durch die Beteiligten sieht (u.a. Cobb & Bauersfeld, 1995, Jungwirth, 1998 für einen Überblick) kommen auch mit Computernutzung grundsätzlich die (sprachlichen) Handlungen von Lehrkraft und Lernenden und deren Verflechtungen, die dem Unterricht eine mehr oder minder musterartige Struktur geben, sowie die in der Interaktion generierten Bedeutungen der Lernobjekte (einzelner Inhalte oder des Fachs oder eben auch des Computers) in den Blick. Die konkrete empirische Forschung braucht und nimmt dann eine Zuspitzung dieses Forschungsinteresses vor. In der Studie, die die Physikdidaktikerin Helga Stadler und ich derzeit durchführen, fokussieren wir auf die Etablierung von „Gegenstandsbezügen" zu Mathematik, Physik und Computer.[1] Gegenstandsbezug wird im Sinn von Oerter (1982) verstanden, der davon ausgeht, dass in alltäglichen Interaktionen das Vorhandensein von Gegenständen (gemeint sind materielle, aber ebenso gedankliche, die kommuniziert werden) wesentlich ist, und dann unter diesem Begriff u.a. ihren Gebrauch versteht und weiter entfaltet. So könnte etwa - um ein fiktives Beispiel zur Veranschaulichung zu geben - von einem mathematischen Gegenstand (einer Zahlenfolge z.B., die sich nach einer bestimmten Gesetzmäßigkeit immer weiter fortsetzen lässt) gesagt werden, dass er als Erkenntnisobjekt verwendet wird oder von einem physikalischen (z. B. dem Modell eines Elektromotors), dass er der Kompetenzdemonstration dient - je nachdem, wie sich im beobachteten setting die Lehrkraft und die SchülerInnen in ihrem Handeln verbal oder nonverbal auf den Gegenstand beziehen. Will man einen übergreifenden konzeptionellen Ansatz verfolgen - in diese Richtung zu denken, dazu fordert jedenfalls der heutige mathematikdidaktische Forschungsstand zum Computereinsatz auf - so lässt sich Anleihe nehmen bei dem weiten Begriff von Aneignung wie er in der Medienforschung eingeführt ist (Faber, 2001). Aneignung umfasst danach den gesamten Prozess beginnend bei der individuellen Rezeption und emotionalen Verarbeitung eines medialen Angebots (den „inneren Dialog"), über die Kommunikation mit Anderen noch in der Rezeptionssituation (die „primäre Thematisierung") bis hin zu der darüber hinaus stattfindenden individuellen wie kollektiven Schaffung von Verbindungen zwischen dem Angebot und der Lebenswelt bzw. dem Umgang damit in eben dieser (die „sekundäre Thematisierung"), die dann wieder auf die Rezeption weiterer Angebote mit einwirken. Dieser Begriff bietet die Möglichkeit, ausserschulische Verwendungen des Computers in der Form von Vorerfahrungen wie auch weiter reichende Auswirkungen des Unterrichts mit einzubeziehen. Die interessierenden unterrichtlichen Prozesse entsprechen dann der primären Thematisierung des medialen Angebots.

3. Eine Szene und ihre Deutung

Die Ergebnisse unseres Forschungsprojekts sind, da es ja noch voll im Gange ist, punktuell und teilweise jedenfalls auch noch als vorläufig zu qualifizieren. Was allerdings - ich beschränke mich hier auf den Mathematikteil - doch schon Gültigkeit beanspruchen kann ist, dass sich die sprachliche Praxis z.T. markant von der unterscheidet, die im Mathematikunterricht ohne Computer gang und gäbe ist (Jungwirth, 2005). Das bedeutet gleichzeitig, dass sich eben auch die Gebrauchsweisen der Gegenstände ändern, sich Gelegenheiten für diese und jene neu auftun und

[1] Wir analysieren daraufhin, auch mit besonderer Aufmerksamkeit für mögliche Vergeschlechtlichungen derselben sowie für das Potenzial der verwendeten Computersoftware (diese beiden Aspekte werden in dem Beitrag allerdings nicht weiter verfolgt), vergleichend Mathematik- und Physikunterricht. Das Projekt wird vom österreichischen Bildungsministerium im Rahmen des Forschungsprogramms „Gender IT!" finanziert (2005-2007).

für andere nicht mehr gegeben sind. Ich möchte an dieser Stelle jedoch nicht näher auf die bisherigen Ergebnisse eingehen, sondern entsprechend dem Rahmen dieser Veröffentlichung den Prozess des Erkenntnisgewinns beleuchten. Es handelt sich bei unserer Forschung um videobasierte, interpretative Arbeit im Stile der interpretativen Forschungsrichtung in der (Mathematik)didaktik; d.h. mit der Grounded Theory als methodologischer Leitlinie im Großen, aber ohne Übernahme ihrer Codierverfahren im Detail (Beck & Jungwirth, 1999, Brandt & Krummheuer, 2000, Jungwirth, 2003, 2004, Voigt, 1984).

Exkurs: QIA und interpretative mathematikdidaktische Forschung
Im QIA-Kontext, in dem dieser Beitrag erscheint, mag sich die Frage erheben, wodurch sich das interpretative mathematikdidaktische Vorgehen von dem der QIA unterscheidet. Diese Frage ist allerdings hier nicht umfassend beantwortbar: erstens schlicht aus Platzgründen bzw. aufgrund der anderen thematischen Ausrichtung meines Beitrags und zweitens auch deswegen, weil ich nicht gleichermaßen Spezialistin für die QIA wie für die interpretative mathematikdidaktische Forschung bin. Doch ein paar Anmerkungen sind möglich. Wie Mayring (2003, 57ff) ausführt, beruhen systematische interpretative Verfahren auf den Grundtechniken der Explikation, Strukturierung und Zusammenfassung. Die differentia specifica liegt m. E. darin, dass sich die interpretative Mathematikdidaktik bei den letzteren Tätigkeiten stärker vom Datenmaterial leiten läßt, auch wenn der Blick darauf keineswegs naiv ist und das Resultat des Interpretationsprozesses als begrifflich-theoretisches Konstrukt sich von den Daten auch ganz bewusst löst. Das besondere den Daten Folgen zeigt sich schon in der Festlegung der Analyseeinheiten. Sie werden nicht von den Forschenden nach ihren vorgegebenen Kriterien, sondern im Reflex auf das Material bestimmt: Einheit ist, was von den Handelnden selbst als Einheit markiert wird. Es setzt sich dann fort in der Orientierung an den „Sinneinheiten“ des (textlichen) Materials bei der sequentiellen Interpretation. Selbiges wurde ja - sei es nun ein Interviewabschnitt, ein Lehrkraft-SchülerInnen-Gespräch oder ein Schulbuchtext - von den ProduzentInnen Sinneinheit für Sinneinheit aufgebaut. Sie hatten stets vielfältige Möglichkeiten fortzusetzen und mußten somit Entscheidungen treffen; und ihrer jeweiligen Wahl folgt dann eben auch die Analyse. Insofern werden auch alle textlichen Elemente als bedeutungstragend angesehen. In der interpretativen mathematikdidaktischen Arbeit wäre es daher z. B. nicht zulässig, die Interviewaussage (Mayring 2003, 61) „ja wissen Sie, ich hab´ da eigentlich keine Belastung im großen und ganzen damals gespürt“ bei der Generierung der ersten Deutungshypothese auf „keine Belastung gespürt“ zu reduzieren. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das interpretative mathematikdidaktische Vorgehen stärker an der objektiven Hermeneutik ausgerichtet ist, ohne sich aber deswegen dieser Methode völlig verschrieben zu haben.

Das Ergebnis interpretativer Forschung sind immer Deutungshypothesen bzw. Geflechte von Deutungshypothesen, die den Untersuchungsgegenstand auf einer begrifflich-theoretischen Ebene rekonstruieren. Deutungshypothesen lösen sich also von den Daten; man kann sie als Regeln unter bestimmten Bedingungen betrachten. Doch wie kommt man dazu? Ich möchte an einem Beispiel den Beginn des Prozesses verdeutlichen. Dazu gebe ich zunächst eine sehr geraffte Interpretation eines kleinen Transkriptausschnitts aus dem Datenkorpus und untersuche dann das Vorgehen in Hinblick auf seine innewohnende Logik. Es handelt sich um eine Szene von mehreren, die bei der ersten Durchsicht spontan die Aufmerksamkeit auf sich zogen, weil sie eigenartig erschienen, ohne dass dieser Eindruck sofort hätte näher begründet werden können.

Die Szene zeigt einen Ausschnitt aus dem Einsatz des Taschenrechners TI-92 in einer (Buben)klasse (zehnte Stufe). Sie hat schon damit gearbeitet, hat aber keine Routine in der Erledigung des Typs von Aufgabe, die ansteht: das Zeichnen eines Funktionsgraphens (der Sinusfunktion). Die Lehrerin verwendet einen OH-Projektor, sodass die Lernenden die Bildschirmanzeigen ihres Taschenrechners mitverfolgen können. Sie leitet das Zeichnen an, indem sie die nötigen Schritte und Eingabebefehle der Reihe nach vorgibt. Kurz vor Beginn der Szene wurde der Bildausschnitt passend skaliert, damit der Graph mit seinen Charakteristika gut zu erkennen ist (Transkriptionsregeln siehe Ende des Beitrags).

01 Lehrerin:	ham alle des Fenster umgstellt
02 NN:	ja
03 N1:	ma des san aber (Zacken?) (lächelt)
04 N2:	(wie kann i?) (.)
05 Lehrerin:	des null Komma sechs zwei des kriegt ma wenn ma zwei mal pi eintippt. direkt.
06	(N4 h) zwei mal´ pi
07 N5:	des is ziemlich stark vergrößert des stellt des ja um
08 NN:	(...)
/09 Lehrerin:	des is des is uns gleich des kannst lassen so wie es is
/10 N6:	(.) schaut komisch aus

Einerseits gibt es ein Unterrichtsgespräch zwischen Lehrerin und Lernenden. Die Lehrerin vergewissert sich, ob die Klasse den letzten Arbeitsschritt am Taschenrechner mitvollzogen hat (Zeile 01). Mehrere bejahen (Zeile 02), einer hat aber offenbar noch Probleme mit der letzten Eingabe und fragt die Lehrerin (Zeile 04), und sie erläutert ihm dem Weg zum Ergebnis (Zeile 05 - 06). Ihr nächster Redebeitrag (Zeile 09) ist vermutlich eine Antwort auf eine Frage oder Bemerkung eines Schülers; wahrscheinlich desjenigen, der sich gemeldet hat (Zeile 06). Da mehrere Schüler gleichzeitig sprechen (Zeile 08), ist nicht klar, zu wem sie sich wendet und worauf genau sie sich bezieht, ausser dass es sich wohl um eine Ausgabe auf dem Taschenrechners handeln dürfte. Das ist von der Struktur her alles gewöhnlich für den Mathematikunterricht.

Doch andererseits gibt es auch noch diese auffälligen, laut in die Klasse gesprochenen Beiträge dreier Schüler (Zeilen 03, 07, 10). Möglicherweise nimmt auf die zweite jemand Bezug, als mehrere Schüler durcheinander reden, aber die erste und die dritte stehen jedenfalls völlig isoliert. (Eventuell enthält das Durcheinander auch noch weitere derartige Äusserungen.) Sie haben keinerlei Fortsetzungen, es gibt keine Fragen oder anschließende Bemerkungen anderer Schüler; es handelt sich also nicht um eine Nebenkommunikation unter Schülern. Auch die Lehrerin reagiert in keiner Weise auf diese Äusserungen, obwohl sie akustisch deutlich zu vernehmen sind. Auf das erste Hinhören klingen sie nach disziplinlosem Herausrufen, einer Art Störaktion wie sie während Unterricht immer wieder einmal vorkommen kann. Doch es geht nicht um eine andere

Angelegenheit, und die Lehrerin greift auch nicht ein. Die Schüler beziehen sich auf das Objekt im Display. Sie reagieren darauf ähnlich wie man auf Fernsehbilder oder Szenen in Fernsehfilmen reagiert - ein schneller Satz zu Diesem, ein Ausruf zu Jenem, dann wieder Schweigen. Nur N5 reflektiert auch etwas über die Ausgabe.

Wenn man davon ausgeht, dass es zum gewöhnlichen Handlungsrepertoire im computergestützten Mathematikunterricht dazugehört, Einschätzungen von Bildschirmausgaben zum Besten zu geben oder etwas allgemeiner formuliert: anlassbezogen „öffentliche Selbstgespräche" zu führen, dann verliert der Ausschnitt seine Aussergewöhnlichkeit. Der Terminus öffentliche Selbstgespräche mag widersprüchlich klingen, bringt aber die Doppeldeutigkeit der Äusserungen auf den Punkt. Auf der einen Seite können sie als „Exothesen" (Fiehler, 1993) gewertet werden, d.h. um Äusserungen mit Entlastungsfunktion angesichts unerwarteter, negativer wie positiver Ereignisse; im gegebenen Fall eben um Verbalisierungen der Wirkungen der Bildschirmanzeigen. Auf der anderen Seite haben die Äusserungen gemäß der interaktionstheoretischen Position in unserer Studie auch eine soziale Funktion. Sie sind auch ein Zeichen für die Anderen, nicht für einzelne, konkrete Andere, sondern für die Allgemeinheit. Die Bedeutung der Äusserungen liegt dabei nicht in den speziellen inhaltlichen Aussagen, sondern in der (Re)produktion eines „Wir", das von den Neuerungen durch den Taschenrechner gemeinsam betroffen ist. Ihre Funktion - so die zusammenfassende Interpretation - ist die Konstitution von Kollektivität über Wertungen. Der Bezug auf den Taschenrechner spielt hier also diese Rolle.

4. Die Schlussweise: Abduktion

Betrachtet man nun die eben geschilderten Überlegungen auf der formalen Ebene der Schlussweise, die dabei praktiziert wird, so lässt sich folgendes Schema erkennen. Ausgangspunkt ist ein bestimmtes, nicht einordenbares Resultat der Beobachtung. Zu diesem wird eine lokal gebundene Deutungshypothese gefunden, die das Resultat verständlich machen kann. Oder anders, mehr der Diktion im Zusammenhang mit Schlussverfahren entsprechend formuliert: Es wird eine Regel unter spezifischen Bedingungen „hineingesehen", die dann das Resultat als regelbasierten Fall erscheinen lässt. Diese Schlussweise ist die Abduktion (vgl. die oben genannte methodologische Literatur, ebenso Voigt, 2000). Abduktion bedeutet also die (probeweise) Konstruktion einer neuen Regel, unter deren angenommener Gültigkeit dann das überraschende Phänomen plausibel wird. In den Worten von Ch. S. Peirce (1974, 1979, 5.189), auf den sich die interpretative Mathematikdidaktik dabei beruft, heisst das: „The surprising fact, C is observed. But A were true, C would be a matter of course. Hence there is a reason to suspect that A is true." Die Abduktion beinhaltet somit zweierlei: die Generierung einer Regel und den Schluss vom beobachteten Resultat und selbiger Regel auf den Fall, den selbiges bildet. Angewendet auf das dargestellte Beispiel ergibt sich folgendes Schlussschema: Resultat - Es gibt diese Bildschirmkommentare; Regel - Wenn die Bildschirmanzeigen Anlass bieten, werden sie von öffentlichen Selbstgespräche begleitet (die Kollektivität hervorbringen); Fall - Die Funktionsgraphen tun das und werden daher zum Besten gegeben. Die Abduktion schließt also, wie bereits Voigt (1984) in der Mathematikdidaktik ausführt, auf etwas Grundsätzliches; sie geht in Richtung Theoriegewinnung. Die beiden anderen Schlussweisen, Deduktion und Induktion tun das nicht, auch wenn es da und dort so dargestellt wird. Bei der Deduktion ist die Regel (bzw. das Gesetz) bereits bekannt und sie folgert, dass sich das gegebene Phänomen ihr entsprechend verhält. Die Induktion erweitert Fall und Resultat auf eine Regel, erbringt jedoch nichts substantiell Neues.

Die Abduktion ist nicht ein bloß ein wissenschaftliches Schlussverfahren, sondern wird ebenso (ohne dass sich die Menschen das allerdings bewusst machen würden) im Alltag verwendet. Auch bei Kindern lässt sich diese Schlussweise rekonstruieren wie Ergebnisse von mathematikbezogenen Entdeckungen im Unterricht zeigen (Meyer, 2005). Die qualitative Forschung selbst hat das Verfahren zur Gewinnung ihres Wissens auch nicht immer als abduktiv bezeichnet; so verstand sich etwa die Grounded Theory anfänglich als induktiv. Mit Peirce ist aber davon auszugehen, dass neues wissenschaftliches Wissen sich stets der Abduktion verdankt. Da sie kein denknotwendiges Ergebnis produziert, mag es überraschend sein, dass sich doch i.A. so rasch brauchbare Hypothesen ergeben bzw. in Summe gesehen so viele, die viabel sind. Peirce selbst vermutet einen entsprechenden Rateinstinkt bei den Menschen, führt aber - unter Bezug auch auf seine persönlichen Erfahrungen - zwei Strategien an, die diesen fördern (Reichertz, 1995): Auf der einen Seite ist eine Erhöhung des Handlungsdrucks ihm dienlich, auf der anderen Seite die völlige Entlastung davon. Der Widerspruch wird durch das gemeinsame Element in beiden Fällen aufgehoben: „es geht um die *Ausschaltung des bewußt kontrollierenden und planenden Verstandes*" (ibid, 279; Hervorhebung im Original).

5. Die Wissenbasis der Hypothese

Die Ausführungen dürfen allerdings nicht so aufgefasst werden, dass ein abduktiv gewonnenes Ergebnis ex nihilo entstehen würde. Besonders deutlich wird das, wenn verschiedene Arten von Abduktion unterschieden werden (Meyer, 2005): Bei der „übercodierten" Abduktion ist die Regel schon bekannt und liegt „eigentlich" auch angesichts des nun überraschenden Resultats auf der Hand; bei der „untercodierten" Abduktion ist sie ebenfalls bekannt, jedoch nicht so offensichtlich, und nur bei der „kreativen" muss sie als solche neu geschaffen werden. Diese Unterscheidung bringt wissensmäßige Bezugspunkte ins Spiel. Ob eine Regel auf der Hand liegt oder nicht, ja auch ob sie kreiert werden muss, ist abhängig von den diesbezüglichen Voraussetzungen.

Innerhalb der methodologischen Literatur werden zur gesamten Frage der Wissensbasis, die die Forschenden bei der Konstruktion ihrer Deutungshypothesen haben bzw. nutzen sollen, kontroverse Positionen vertreten (u.a. Glaser, 1992, Strauss & Corbin, 1990). Auf der einen Seite wird die Ansicht geäussert, diese sei möglichst schmal zu halten, auf der anderen die Meinung, dass nur weitreichende Literaturkenntnisse sowie einschlägige Forschungserfahrungen die nötige Offenheit und theoretische Sensibilität für die Generierung von Deutungshypothesen gewährleisten könnten. Schon die Tatsache, dass ein Phänomen auffällig ist, verweist auf einen Hintergrund, von dem es sich abhebt. In meinem Fall besteht er in dem Wissen über den Normalverlauf des Mathematikunterrichts ohne Computer auf der sprachlichen Handlungsebene. Wesentlich in

Hinblick auf das hier gegebene Beispiel ist, dass der Unterricht weitgehend in Form von Gesprächen stattfindet, womit an der Stelle der basale Umstand gemeint sein soll, dass Äusserungen an jemanden gerichtet sind, dass sie zu Reaktionen führen etc., auch wenn keineswegs stets alle Anwesenden in die Gespräche eingebunden sind, sondern es auch Zu- oder sogar bloße Mithörende gibt (Krummheuer & Brandt, 2001). Szenen wie die vorgestellte sind nicht ausgeschlossen, aber doch die große Ausnahme; eine per Hand gemachte Zeichnung z.B. tritt einem eben auch nicht auf einmal gegenüber und kommt insofern nicht so unerwartet. Auch die abduktiv gefundene Regel entsteht nicht aus heiterem Himmel; in sie geht ebenfalls Vorwissen ein. Schon vor der Interpretation war mir bekannt, dass sich in „praktischen“ Zsuammenhängen das Sprechen verändert, weil es an das sonstige Tun angepasst ist; d.h. daher abbrechen kann, aussetzen, unvermittelt wieder beginnen entsprechend den praktischen Gegebenheiten. Mehr theoretisch besehen bedeutet das, dass die Prinzipien, die für Gespräche konstitutiv sind, nicht unbedingt länger gelten (Fiehler, 1993, Goffman, 1983, Holly, Püschel & Bergmann, 2001). Doch all diese Literaturergebnisse haben keinerlei Schulbezug, und ein analoges Resultat aus einem der dargestellten Zusammenhänge findet sich auch nicht. Ein entsprechender Zugriff auf Szenen wie die hier vorgestellte, die Entwicklung einer auf sie passenden Deutungshypothese also, musste erst vorgenommen werden.

6. Die Prüfung der Hypothese

Eine Kontroverse gibt es in der methodologischen Literatur auch über die Frage der Prüfung der abduktiv gewonnenen Hypothese mittels der bekannten Schlussverfahren der Deduktion und Induktion. Glaser (1992) spricht sich dagegen aus, Strauss & Corbin (1990) votieren dafür, ebenso wie Peirce selbst. Auch der interpretative Zweig der Mathematikdidaktik hält eine Prüfung für erforderlich. Die aufgestellte Regel als solche ist ja nicht denknotwendig, und ebensowenig ist es sicher, dass das beobachtete Resultat ein Fall gerade dieser Regel ist. Mit der Deduktion können nun Folgerungen abgeleitet werden, und mit der Induktion kann geschlossen werden, dass sich die Realität (wahrscheinlich) so verhält. Bezogen auf das gegebene Beispiel besteht ein deduktiver Schritt z.B. darin, für Unterrichtsabschnitte, in denen die mathematischen Lösungsversuche unerwartete numerische, nicht graphische, Ergebnisse am Bildschirm erbringen (können), ein derartiges Führen von öffentlichen Selbstgesprächen zu postulieren. Als Suchbereich im Datenkorpus bieten sich dafür insbesondere Unterrichtsstunden an, die auf die Entdeckung von mathematischen Zusammenhängen gerichtet sind. Das deduktive Schema lautet dann: Regel - Wenn die Bildschirmanzeigen Anlass bieten, werden sie von öffentlichen Selbstgespräche begleitet; Fall - Es handelt sich um überraschende numerische Ergebnisse; Resultat - Es kommt zu entsprechenden Äusserungen. Induktiv ist es dann, wenn auf die faktische Gültigkeit der Folgerung geschlossen wird. Das Schlussschema dafür lautet: Fall - Es handelt sich um überraschende numerische Ergebnisse; Resultat - Wiederum tritt dieses Herausrufen der Bildschirmanzeigen auf, Regel - Unerwartete Anzeigen (numerischer Natur) werden von öffentlichen Selbstgesprächen begleitet. Ich habe weitere Szenen aus dem Unterricht derselben Schulklasse wie auch aus dem

Unterricht anderer Klassen herangezogen und die genannte Regel untermauern können. Allerdings zeigten sich im Zuge dieser Tätigkeit auch wieder Phänomene, die zwar auch als solch ein In-den-Raum-Sprechen gefasst werden, aber dennoch nicht mit der vorliegenden Hypothese erklärt werden können. An so einer Stelle kommt dann wieder die Abduktion ins Spiel.

Literatur

Beck, C. & Jungwirth, H. (1999). Deutungshypothesen in der interpretativen Forschung. *Journal für Mathematikdidaktik, 20(4)*, 231-259.

Brandt, B. & Krummheuer, G. (2000). Das Prinzip der Komparation im Rahmen der Interpretativen Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematikdidaktik, 21(3/4)*, 193-226.

Cobb, P. & Bauersfeld, H. (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale/NJ: Lawrence Erlbaum.

Faber, M. (2001). Medienrezeption als Aneignung. In: W. Holly, Püschel, U. & Bergmann, J. (Hrsg.), *Der sprechende Zuschauer. Wie wir uns Fernsehen kommunikativ aneignen* (S. 25-40). Wiesbaden: Westdeutscher Verlag.

Fiehler, R. (1993). Spezifika der Kommunikation in Kooperationen. In: H. Schröder (Hrsg.), *Fachtextpragmatik* (S. 343-357). Tübingen: Narr.

Glaser, B.G. (1992). *Basics of Grounded Theory Analysis. Emergence vs Forcing*. Mill Valley/CA: Sociology Press.

Goffman, E. (1983). Footing. In: E. Goffman (Hrsg.), *Forms of talk* (S. 124-159). Philadelphia: University of Pennsylvania Press.

Holly, W., Püschel, U. & Bergmann, J. (Hrsg.) (2001). *Der sprechende Zuschauer. Wie wir uns Fernsehen kommunikativ aneignen*. Wiesbaden: Westdeutscher Verlag.

Hoyles, C. & Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? In: A. Bishop et al. (Hrsg.), *Second International Handbook of Mathematics Education, Part One* (S. 323-349). Dordrecht/Boston/London: Kluwer.

Jungwirth, H. (2005). When Talking Breaks Up: Forms Of Empractical Talk At The Computer. In: F. Olivero & Sutherland, R. (Hrsg.), *Visions of Mathematics Education: Embedding Technology in Learning. Proceedings of the 7th International Conference on Technology in Mathematics Teaching, Volume 2* (S. 184-191). Bristol: University of Bristol, Graduate School of Education.

Jungwirth, H. (2004). Interpretative Mathematikdidaktik - Methodisches und Methodologisches am Beispiel von Normen im Mathematikunterricht. http://psydoc.sulb.uni-saarland.de/portal/Klagenfurt/

Jungwirth, H. (2003). Interpretative Forschung in der Mathematikdidaktik - ein Überblick für Irrgäste, Teilzieher und Standvögel. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Vol. 34 (1)*, 189-200.

Jungwirth, H. (1998). Das „andere" Beispiel: Interpretative Forschung in der Mathematikdidaktik. In: W. Kannonier-Finster & Ziegler, M. (Hrsg.), *Exemplarische Erkenntnis. Zehn Beiträge zur interpretativen Erforschung sozialer Wirklichkeit* (S. 139-161). Innsbruck: StudienVerlag.

Krummheuer, G. & Brandt, B. (2001). *Paraphrase und Traduktion. Partizipationstheoretische Elemente einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens in der Grundschule*. Weinheim: Beltz.

Lagrange, J.-B., Artigue, M., Laborde, C. & Trouche, L. (2003). Technology and mathematics education: A multidimensional study of the evolution of research and innovation. In: A. Bishop et al. (Hrsg.), *Second International Handbook of Mathematics Education, Part One* (S. 237-269). Dordrecht/Boston/London: Kluwer.

Mayring, Ph. (2003). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken*. Weinheim und Basel: Beltz.

Meyer, M. (2005). Entdecken und Begründen - Unterrichtsanalysen. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2005. Vorträge auf der 39. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 28.2. - 4.3.2005 in Bielefeld*. CD-ROM. Hildesheim/Berlin: Franzbecker.

Oerter, R. (1982). Interaktion als Individuum-Umwelt-Bezug. In: E.D. Lantermann (Hrsg.), *Wechselwirkungen. Psychologische Analysen der Mensch-Umwelt-Beziehung*, (S. 101-127). Göttingen/Toronto/Zürich: Hogrefe.

Peirce, Ch.S. (1974, 1979). *Collected Papers*. (Herausgegeben von Hartshore, C., Weiss, P. & Burks, A.) Cambridge/Mass.: The Belknap Press of Harvard University Press.

Reichertz, J. (1995). Abduktives Schlußfolgern und Typen(re)konstruktion. In: T. Jung & Müller-Doohm, S. (Hrsg.), *„Wirklichkeit" im Deutungsprozeß. Verstehen und Methoden in den Kultur- und Sozialwissenschaften* (S. 258-282). Frankfurt/M.: Suhrkamp.

Ruthven, K. & Hennessy, S. (2002). A practitioner model of the use of computer-based tools and resources to support mathematics teaching and learning. *Educational Studies in Mathematics, 49(1)*, 47-88.

Strauss, A.L. & Corbin, J. (1990). *Basics of Qualitative Research. Grounded Theory Procedures and Techniques*. Newbury Park/London/New Delhi: Sage.

Voigt, J. (2000). Abduktion. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 34. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 28.2 bis 3.3.2000 in Potsdam* (S. 694-697). Hildesheim/Berlin: Franzbecker.

Voigt, J. (1984). *Interaktionsmuster und Routinen im Mathematikunterricht. Theoretische Grundlagen und mikroethnographische Falluntersuchungen*. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.

Angaben zur Autorin

Helga Jungwirth, Dr. DI, Mathematikdidaktikerin
Pädagogisch-didaktische Forschung und Beratung, München
Arbeits- und Forschungsschwerpunkte: Interaktion, Neue Medien, Erwachsene und Mathematik, Geschlechterkonstruktion (insbes. in Mathematik), methodologische Aspekte interpretativer Forschung, LehrerInnenbildung.
E-mail: hejun@t-online.de
http://www.helgajungwirth.homepage.t-online.de

Transkriptionsregeln

N1, N2	einzelne, nicht identifizierbare SchülerInnen
NN	mehrere, nicht identifizierbareSchülerInnen
´	Heben der Stimme
.	Senken der Stimme
(.)	unverständliche Äusserung max. 1 Sek.
(...)	unverständliche Äusserung 3 Sek.
(sicher?)	nicht genau verständlich, vermuteter Wortlaut
(Ruhe)	Charakterisierung von nichtsprachlichen Vorgängen
h	Handheben